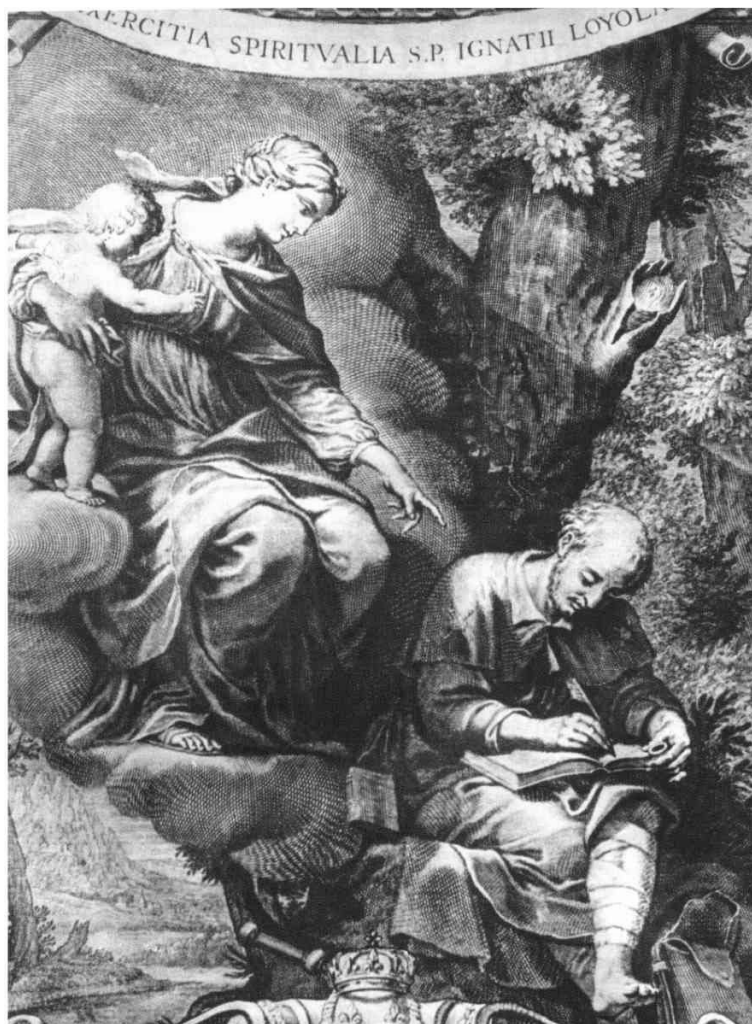


# Esercizi Matematica 3

Dipartimento di Matematica



ITIS V.Volterra  
San Donà di Piave

Versione [09/10][S-All]



# Introduzione

Gli esercizi presentati in questo volume, seguono la stessa struttura — capitolo, sezione, sottosezione — del corrispondente testo di teoria.

Gli esercizi *non* sono distribuiti in ordine rigoroso di difficoltà; si possono trovare prima esercizi più difficili e dopo esercizi più facili; in ogni caso la difficoltà è *compatibile* con lo sviluppo della teoria nel testo corrispondente. Valgono due sole *eccezioni*: ci sono esercizi contrassegnati con un asterisco (\*) o con due asterischi (\*\*): i primi sono da considerare esercizi *difficili* e i secondi *molto difficili*; in ogni caso, come tutti ben sanno, la difficoltà è una *pura opinione*.

# Indice

<b>I</b>	<b>Numeri e Funzioni</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>Numeri</b>	<b>2</b>
1.1	Tipi di numeri . . . . .	2
1.2	Proprietà fondamentali . . . . .	2
1.3	Uguaglianze e disuguaglianze . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Appendici</b>	<b>5</b>
2.1	Naturali e interi . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Funzioni</b>	<b>7</b>
3.1	Definizioni . . . . .	7
3.2	Grafici . . . . .	7
3.3	Tipi di funzioni . . . . .	8
3.4	Operazioni . . . . .	8
3.5	Proprietà notevoli . . . . .	9
<b>II</b>	<b>Funzioni Trascendenti</b>	<b>10</b>
<b>4</b>	<b>Funzioni trascendenti</b>	<b>11</b>
4.1	Funzioni esponenziali e logaritmiche . . . . .	11
4.2	Funzioni goniometriche . . . . .	15
4.3	Esercizi riassuntivi sulle funzioni trascendenti . . . . .	16
<b>III</b>	<b>Contributi</b>	<b>18</b>

Parte I

**Numeri e Funzioni**

# Capitolo 1

## Numeri

### 1.1 Tipi di numeri

### 1.2 Proprietà fondamentali

### 1.3 Uguaglianze e disuguaglianze

**Esercizio 1.3.1.** Risolvere le disequazioni.

- |    |   |   |
|----|---|---|
| 1. | $\left  \frac{1-2x}{3+2x} \right  \geq 3$ | $\left[ -\frac{5}{2} \leq x \leq -1, x \neq -\frac{3}{2} \right]$ |
| 2. | $ 2x+1  >  3x-2 $                         | $\left[ \frac{1}{5} < x < 3 \right]$                              |
| 3. | $ x -  2x-3   < 4$                        | $\left[ -\frac{1}{3} < x < 7 \right]$                             |
| 3. | $ x -  2x-3   < 4$                        | $\left[ -\frac{1}{3} < x < 7 \right]$                             |
| 4. | $\frac{x^2-2x-3}{9-x^2} \geq 0$           | [?]   |
| 5. | $\frac{9x^2+6x+1}{x^4+16} \leq 0$         | [?]   |
| 6. | $\frac{x^5+3}{1-x^8} \leq 0$              | [?]   |
| 7. | $\frac{-x^2-10}{9x^2+6x+3} < 0$           | [?]   |
| 8. | $x^4-2x^2-15 \leq 0$                      | [?]   |

**Esercizio 1.3.2.** Risolvere le disequazioni.

1. 
$$\begin{cases} x^3 + 2x^2 - 9x - 18 \geq 0 \\ x^4 - 10x^2 + 9 \leq 0 \end{cases} \quad (-3 \leq x \leq -2 \quad ; \quad x = 3)$$
2. 
$$\begin{cases} \frac{x-2}{x-1} \leq \frac{x^2}{x^2-3x+2} - \frac{x-1}{2-\frac{2}{3}x} \\ \frac{x-3}{x^2-x} - \frac{x+3}{x^2+x} \geq \frac{2-\frac{2}{3}x}{x^2-1} \end{cases} \quad (x > 2)$$
3. 
$$\frac{x^2 - 6x + 5}{2x^2 - 7x + 6} \leq 0 \quad (1 \leq x < \frac{3}{2} \quad ; \quad 2 < x \leq 5)$$
4. 
$$\frac{(x^2 + 3)(x^2 - 4x + 3)}{x^2 - 4x + 4} \leq 0 \quad (1 \leq x \leq 3 \text{ ma } x \neq 2)$$
5. 
$$x^3 - x^2 - 5x - 3 < 0 \quad (x < 3 \text{ ma } x \neq -1)$$
6. 
$$\frac{(x^4 - 1)(x^5 + 32)}{(x^6 + 1)(x^3 - 27)} \geq 0 \quad (x \leq -2 \quad ; \quad -1 \leq x \leq 1 \quad ; \quad x > 3)$$
7. 
$$3 \leq x^2 - 1 < 8 \quad (2 \leq |x| < 3)$$
8. 
$$\frac{2x^4 + 3}{x^6 - 64} \leq 0 \quad (-2 < x < 2)$$
9. 
$$|x^2 - x| < 1 \quad (\frac{1-\sqrt{5}}{2} < x < \frac{1+\sqrt{5}}{2})$$
10. 
$$\frac{|2x + 1| - 1}{5 - |x - 2|} \geq 0 \quad (-3 < x \leq -1 \quad , \quad 0 \leq x < 7)$$
11. 
$$\sqrt{x^2 - 4x} > 1 - x \quad (x \geq 4 \quad , \quad x < -\frac{1}{2})$$
12. 
$$\frac{1-|4x-3|}{|2x-3|-3} \geq 0 \quad (?)$$

**Esercizio 1.3.3.** Risolvere le disequazioni.

1. 
$$\sqrt[3]{8x^3 + 1} > 2x + 1 \quad (?)$$
2. 
$$\sqrt{x-1} < 3 \quad (?)$$
3. 
$$\sqrt{2x^2 - x} > x \quad (?)$$
4. 
$$\sqrt{2x^2 - x} \geq x \quad (?)$$
5. 
$$\frac{\sqrt{2x^2 - x} - x}{x^2 - 4x + 3} \leq 0 \quad (?)$$

**Esercizio 1.3.4.** Risolvere le disequazioni.

- 1\*.  $\frac{\sqrt{x^2 - 4x - 1} + x}{|x| - 2} \leq 0$  ( $-2 < x \leq -\frac{1}{2}$ )
2.  $\frac{|x - 1| - |x|}{\sqrt{x^2 + 3} - 2} \leq 0$  ( $-1 < x \leq \frac{1}{2}$  ;  $x > 1$ )
3.  $\frac{|x - 1| - |x|}{\sqrt{x^2 + 3} - 2} \leq 0$  ( $-1 < x \leq \frac{1}{2}$  ;  $x > 1$ )
4.  $x > \sqrt[3]{3x^2 - 2x}$  ( $0 < x < 1$  ;  $x > 2$ )
5.  $\sqrt{||x + 3| - 2| - 1} > 0$  ( $x < -6$  ;  $-4 < x < -2$  ;  $x > 0$ )
6.  $\begin{cases} \sqrt{2x^2 + x - 3} - x + 1 > 0 \\ \left| \frac{2x + 1}{x - 3} \right| < 2 \end{cases}$  ( $x \leq -\frac{3}{2}$  ;  $1 < x < \frac{5}{4}$ )
7.  $\frac{2x - 1 - \sqrt{x^2 - 3x + 2}}{\sqrt{x^4 + 3} + 4} > 0$  ( $\frac{1 + \sqrt{13}}{6} < x \leq 1$  ;  $x \geq 2$ )
8.  $\frac{|x - 1| - |x - 2|}{|x^2 - 9|} \geq 0$  ( $x \geq \frac{3}{2}$  ma  $x \neq 3$ )
9.  $\frac{\sqrt{x + 1} - \sqrt{x^2 + 3x}}{|x|} \geq 0$  ( $0 < x \leq -1 + \sqrt{2}$ )
10.  $\sqrt{\frac{x + 1}{x - 1}} < 2$  ( $x \leq -1$  ;  $x > \frac{5}{3}$ )
11.  $\sqrt{25 - x^2} + x - 7 \geq 0$  ( $3 \leq x \leq 4$ )
12.  $13 - x - \sqrt{x + 7} < 0$  ( $x > 9$ )
13.  $\frac{2x - \sqrt{x^2 - 3x}}{x^2 - 16} \geq 0$  ( $-4 < x \leq 0$  ;  $x > 4$ )
14.  $x^2 - 4|x| + 3 < 0$  ( $1 < |x| < 3$ )
15.  $\frac{|x|^3 - 27}{|x|^2 - 1} < 0$  ( $1 < |x| < 3$ )

**Capitolo 2**

**Appendici**

## 2.1 Naturali e interi

**Esercizio 2.1.1.** Per ogni intero  $n \geq 1$  dimostrare che

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

**Esercizio 2.1.2.** Per ogni intero  $n \geq 1$  dimostrare che

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$$

**Esercizio 2.1.3.** Per ogni intero  $n \geq 1$  dimostrare che

$$1^2 + 2^2 + 3^2 \dots + n^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$

**Esercizio 2.1.4.** Per ogni intero  $n \geq 1$  dimostrare che

$$1^3 + 2^3 + 3^3 \dots + n^3 = \frac{n(n+1)^2}{2}$$

# Capitolo 3

## Funzioni

### 3.1 Definizioni

**Esercizio 3.1.1.** Sia

$$f(x) = \frac{x}{|x|}$$

definita per  $x \neq 0$ ; calcolare  $f(1)$ ,  $f(-1)$ ,  $f(2)$ ,  $f(123)$ . Cosa si deduce?

### 3.2 Grafici

**Esercizio 3.2.1.** Determinare il campo di esistenza delle seguenti funzioni.

1.  $f_1(x) = \frac{x}{2} + 3$

2.  $f_2(x) = 2x^2 - 1$

3.  $f_3(x) = -3x^2 + 1$

4.  $f_4(x) = x^3$

5.  $f_5(x) = \sqrt{x}$

6.  $f_6(x) = x^{-\frac{1}{2}}$

7.  $f_7(x) = |x| + x$

8.  $f_8(x) = -|x| + x$

9.  $f_9(x) = \frac{1}{x+2}$

10.  $f_{10}(x) = \frac{1}{x-2}$

11.  $f_{11}(x) = \frac{3}{x}$

12.  $f_{12}(x) = \frac{x}{|x|}$

13.  $f_{13}(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \leq 0 \\ 1 & \text{se } x > 0 \end{cases}$

14.  $f_{14}(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 0 \\ 1 & \text{se } x > 0 \end{cases}$

15.  $f_{15}(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se } x < 0 \\ x & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$

16.  $f_{16}(x) = \begin{cases} x^3 & \text{se } x \leq 0 \\ 1 & \text{se } 0 < x < 2 \\ x^2 & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$

**Esercizio 3.2.2.** Disegnare un grafico approssimato delle funzioni dell'esercizio precedente, calcolandone anche alcune immagini per valori arbitrari del campo di esistenza.

**Esercizio 3.2.3.** Data la funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $x \mapsto -x^2 - 4x$  la si rappresenti graficamente e si dica se è biiettiva; in caso contrario, renderla tale per  $x \geq -2$  ed indicare con  $f_1$  la restrizione di  $f$  così trovata. Determinare l'inversa di  $f_1$  e rappresentarla graficamente. Infine, risolvere la disequazione  $-2 + \sqrt{4-x} \leq x$ .

$$(f_1^{-1} : \{x \in \mathbb{R} : x \leq 4\} \rightarrow \{y \in \mathbb{R} : y \geq -2\}, x \mapsto -2 + \sqrt{4-x}; S : 0 \leq x \leq 4)$$

**Esercizio 3.2.4.** Con riferimento all'esercizio precedente, rappresentare graficamente la funzione  $y = g(x) = -f(-x)$  e risolvere la disequazione  $g(|x|) > -3$  anche per via grafica.

$$(x < -3 \quad ; \quad -1 < x < 1 \quad ; \quad x > 3)$$

**Esercizio 3.2.5.** Rappresentare graficamente la curva di equazione  $y = f(x) = (x-2)^3 + 1$  partendo dalla curva base  $y = x^3$ ; determinare, quindi, la funzione inversa  $f^{-1}$  e verificare che  $f \circ f^{-1}$  è la funzione identica.

$$(f^{-1}(x) = 2 + \sqrt[3]{x-1})$$

### 3.3 Tipi di funzioni

### 3.4 Operazioni

## 3.5 Proprietà notevoli

**Esercizio 3.5.1.** Stabilire quali delle funzioni seguenti sono pari, dispari o nessuna delle due. E' opportuno considerare prima il campo di esistenza.

1.  $f_1(x) = x$

2.  $f_2(x) = 2x^2$

3.  $f_3(x) = x^2 - 1$

4.  $f_4(x) = x^3$

5.  $f_5(x) = \sqrt{x}$

6.  $f_6(x) = \frac{1}{x}$

7.  $f_7(x) = |x|$

8.  $f_8(x) = |x| + x$

**Esercizio 3.5.2 (\*)**. Dimostrare che una funzione definita per tutti i numeri può essere scritta come somma di una funzione pari e una funzione dispari. Suggestivo: considerare la funzione

$$g_p(x) = \frac{f(x) + f(-x)}{2}$$

**Esercizio 3.5.3.** Dimostrare che la somma di funzioni dispari è dispari e che la somma di funzioni pari è pari.

**Esercizio 3.5.4.** Stabilire nei casi elencati quale sia il tipo della funzione prodotto dimostrando il risultato:

- prodotto di funzioni pari
- prodotto di funzioni dispari
- prodotto di una funzione pari per una funzione dispari

**Parte II**

**Funzioni Trascendenti**

# Capitolo 4

## Funzioni trascendenti

### 4.1 Funzioni esponenziali e logaritmiche

**Esercizio 4.1.1.** Tracciare un grafico approssimato delle funzioni.

1.  $y = 2^{|x|+1}$

2.  $y = 2^{|x|} + 1$

3.  $y = 2^{|x+1|}$

**Esercizio 4.1.2.** Risolvere le equazioni esponenziali.

1.  $2^{(2x-1)(3x-2)} 2^{5-8x} 4^{x(3x-1)} = 16^{2x} (8^{7+x})^{7-x}$

2.  $\frac{2}{3} 5^{x-1} + 5 \cdot 5^x - 5^{x+2} + \frac{298}{3} = 0$

3.  $\sqrt{8^x} + 4 \cdot 2^{-\frac{x}{2}} = 5 \cdot 2^{\frac{x}{2}}$

4.  $9^{x+2} + 9^{x-2} = 82$

5.  $2 \cdot 3^{x-\sqrt{x^2-1}} - 9^{x+1-\sqrt{x^2-1}} + 75 = 0$

6.  $2^{|x|} - 8 \cdot 4^{|x|-1} + 1 = 0$

**Esercizio 4.1.3.** Risolvere le equazioni logaritmiche.

1.  $3^{\log_3 x} = 2 \cdot \log_{\frac{1}{3}} \left( \frac{1}{3} \right)^x$

2.  $\log_2(1+x) - \log_2(1-x) = -1$

3.  $\log_{\frac{2}{3}} 3x + \log_{\frac{1}{2}} 3x - 2 = 0$

4.  $\log_3(x-1) - \log_9 x^2 + \log_{\sqrt{3}} \frac{x}{2} = 0$

**Esercizio 4.1.4.** Risolvere le disequazioni logaritmiche-esponenziali.

1.  $\log_6(x-1) + \log_6(x-2) < 1$  (?)
2.  $\log_{\frac{1}{2}}(x^2+2) + \log_2(x-2) \leq \log_{\frac{1}{2}}(x+1)$  (?)
3.  $(\log_{\frac{1}{2}}x)^2 + \log_{\frac{1}{2}}x - 2 \geq 0$  (?)
4.  $|\ln(3^x - 2)| < 1$  (?)

**Esercizio 4.1.5.** Risolvere le disequazioni logaritmiche-esponenziali.

1.  $3^x \geq 81$  ( $x \geq 4$ )
2.  $\left(\frac{2}{5}\right)^x < 0$  ( $\emptyset$ )
3.  $(0,1)^x \leq 100$  ( $x \geq -2$ )
4.  $32^x \leq 16$  ( $x \leq \frac{4}{5}$ )
5.  $3^{\sqrt{x+1}} < 9$  ( $-1 \leq x < 3$ )
6.  $\begin{cases} 1 - 6^{1+x} \geq 0 \\ 3^x + 5 > 0 \end{cases}$  ( $x \leq -1$ )
7.  $\frac{2^x - 1}{2^x - 8} \leq 0$  ( $0 \leq x < 3$ )
8.  $3^{2x} - 10 \cdot 3^x + 9 < 0$  ( $0 < x < 2$ )
9.  $4^x > 7$  ( $x > \log_4 7$ )
10.  $3^{x+1} + 3^{x-1} = 4^x + 2^{2x-1}$  ( $x = \log_{\frac{3}{4}} \frac{9}{20}$ )
11.  $\frac{5}{2} \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{1}{x}} - \left(\frac{5}{2}\right)^{x+2} > 0$  ( $x < 0$ )
12.  $3^{x^2} - 81 < 0$  ( $-2 < x < 2$ )
13.  $125^x \geq \frac{25^x}{5}$  ( $x \geq -1$ )
14.  $\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{9-x^2}} < 32$  ( $-3 \leq x \leq 3$ )
15.  $2 - \frac{1}{5^{1-2x}} = \frac{1}{25^{1-2x}}$  ( $x = \frac{1}{2}$ )

16.  $\frac{e^{2x} - 1}{e^x} \geq 0$  ( $x \geq 0$ )
17.  $2^{x+2} - 2^{x+1} - 2^x - 2^{x-1} - 2^{x-2} = 1$  ( $x = 2$ )
18.  $\frac{3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 3}{|x| - 1} \geq 0$  ( $x < -1$  ;  $x \geq 0$  ma  $x \neq 1$ )
19.  $\frac{3^x - 2}{\left(\frac{1}{5}\right)^x - 3} \geq 0$  ( $\log_{\frac{1}{5}} 3 < x \leq \log_3 2$ )
20.  $\log_2 x \geq x - 1$  risolvi graficamente...
21.  $\log_2 x + \log_x 2 = \frac{17}{4}$  ( $x = \sqrt[4]{2}$  ;  $2^4$ )
22.  $\log_2 \log_{\frac{1}{2}}(x - 3) = 1$  ( $x = \frac{13}{4}$ )
23.  $\log_3 x \cdot \log_x 9 = \sqrt{x + 3}$  ( $\emptyset$ )
24.  $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 4x + 3) - \log_{\frac{1}{2}}(x - 2) \geq \log_{\frac{1}{2}}(x + 1)$  ( $x > 3$ )
25.  $\log \log(x^2 - 15) < 0$  ( $4 < |x| < 5$ )
26.  $\log_x(2x - 1) > 1$  ( $x > \frac{1}{2}$  ma  $x \neq 1$ )

**Esercizio 4.1.6.** Risolvere le disequazioni logaritmiche-esponenziali.

1.  $\log_{x^2}(x^2 + 1) \geq 0$  ( $x < -1$  ;  $x > 1$ )
2.  $\log_2 x^2(2^{x^2} + \sqrt{|x|}) \leq 1$  ( $\emptyset$ )
3.  $\frac{\frac{x}{3} + 1 - \sqrt{x + 1}}{2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 4}$  ( $-1 \leq x < 2$  ma  $x \neq 0$  ;  $x \geq 3$ )
4.  $(e^x - 1)(e^{2x} - 5e^x + 3) \leq 0$  ( $x < \ln \frac{3}{2}$ )
5.  $\log_2 \frac{x+1}{x-1} - \log \frac{1}{2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 1} < 0$  ( $-3 < x < 1$  e  $x > 2$ )
6.  $\frac{e^x - e^{-x}}{2} > 1$  ( $-1 \leq x < 2$  ma  $x \neq 0$  ;  $x > \ln(1 + \sqrt{2})$ )
7.  $\frac{\ln x + \ln 2}{\ln(15 - 4x)} \leq 2$  (?)
8.  $\log_2(x^2 - 3x + 3) > 0$  (?)

$$9. \quad \log_2 \frac{x+1}{x-1} - \log_{\frac{1}{2}} \frac{(x+4)^2}{x^2-1} < 0 \quad (?)$$

$$10. \quad |5^{3x} - 9| < 4 \quad (?)$$

$$11. \quad \frac{|\ln x|}{(\ln x - 1)^2} \leq \frac{1}{2} \quad (?)$$

$$12. \quad 25^x - 2^{\log_2 6^{-1}} < 5^{x-1} \quad (?)$$

$$13. \quad \frac{\sqrt{|1-e^x|-1}}{e^x-4} \geq 1 \quad (?)$$

$$14. \quad 20 \ln^2 x + 31 \ln x - 9 > 0 \quad (?)$$

$$15. \quad \log_{x^2}(2+x) < 1 \quad (?)$$

$$16. \quad (\log_x 2)(\log_{2x} 2)(\log_2 4x) > 1 \quad (?)$$

$$17. \quad \log_3 \frac{|x^2-4x|+3}{x^2+|x-5|} \geq 0 \quad (?)$$

## 4.2 Funzioni goniometriche

**Esercizio 4.2.1.** Calcolare il valore delle espressioni.

$$1. \quad [\cos(\frac{3}{2}\pi - \alpha) \sin(2\pi - \alpha) - \sin(\frac{\pi}{2} + \alpha) \cos(\pi + \alpha)]^2 \tan \alpha \cot(\pi + \alpha)$$

$$2. \quad \frac{\sin \frac{\pi}{6} + 1 - \cos \frac{\pi}{6}}{\sin \frac{\pi}{3}} - \frac{\cos \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}-2}{2}}{\sin^2 \frac{\pi}{4}}$$

**Esercizio 4.2.2.** Tracciare un grafico approssimato delle funzioni.

$$1. \quad y = \sin |2x| + 3$$

$$2. \quad y = 2 \cos(\frac{\pi}{4} - x)$$

$$3. \quad y = ||\tan x| - 1$$

**Esercizio 4.2.3.** Verificare le seguenti identità.

$$1. \quad \cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$$

$$2. \quad \frac{\sin^3 \alpha - \cos^3 \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = 1 + \sin \alpha \cos \alpha$$

$$3. \quad \sin \alpha \tan \alpha + \frac{1}{\tan \alpha} = \sec \alpha$$

$$4. \quad \cos^2 \alpha (\tan \alpha + \cot \alpha) = \cot \alpha$$

$$5. \quad \frac{\frac{\sin \alpha}{\cot \alpha} + 1}{\sin \alpha} = \frac{\cot \alpha}{1 - \sin \alpha}$$

$$6. \quad \frac{\tan^2 \alpha - 1}{\tan \alpha} = (\sin \alpha - \cos \alpha) \left( \frac{1}{\cos \alpha} + \frac{1}{\sin \alpha} \right)$$

$$7. \quad \sin^2 4\alpha - \sin^2 2\alpha = \sin 6\alpha \sin 2\alpha$$

$$8. \quad \cos^2 \frac{\alpha - \beta}{2} - \sin^2 \frac{\alpha + \beta}{2} = \cos \alpha \cos \beta$$

$$9. \quad \tan 4\alpha = \frac{4 \tan \alpha (1 - \tan^2 \alpha)}{\tan^4 \alpha - 6 \tan^2 \alpha + 1}$$

$$10. \quad \frac{1 - \cot \alpha \tan(\alpha - \beta)}{\cot \alpha + \tan(\alpha - \beta)} = \tan \beta$$

**Esercizio 4.2.4.** Risolvere le equazioni.

1.  $\sin 2x - \cos x = 2 \sin x - 1$

2.  $\sin^2 x - 2 \sin x \cos x - (\sqrt{3} + 3) \cos^2 x = 0$

3.  $3 \sin x - \sqrt{3} \cos x + 3 = 0$

4.  $\sin^3 x + \cos^3 x = 0$

5.  $3 + 3 \cos 2x - \sin^2 \frac{x}{2} = 0$

6.  $\sin^2\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) - \sin^2 2x = 0$

7.  $|\sin \frac{x}{2}| = 1 - \cos x$

8.  $\sin^2 3x + 2 \cos^2 3x + \cos x = -6$

**Esercizio 4.2.5.** Risolvere le disequazioni.

1.  $\frac{4 \sin^2 x + 2(1 - \sqrt{3}) \sin x - \sqrt{3}}{|\sin x|} < 0$

(?)

2.  $\frac{\tan^4 x - 9}{|\cos x| - \frac{\sqrt{2}}{2}} < 0$

 $(-\frac{\pi}{4} + k\pi < x < \frac{\pi}{4} + k\pi ; \frac{\pi}{3} + k\pi < x < \frac{2}{3}\pi + k\pi$   
 ma  $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ )

3.  $\frac{\sin x + \cos x - 1}{|\tan x - 1|} \geq 0$

 $(2k\pi \leq x < \frac{\pi}{2} + 2k\pi$  ma  $x \neq \frac{\pi}{4} + 2k\pi)$ 

4.  $\frac{\arcsin(x^2 - 1)}{\sqrt{18x^2 - 9x + 1}} < 0$

 $(-1 < x < \frac{1}{6} ; \frac{1}{3} < x < 1)$

### 4.3 Esercizi riassuntivi sulle funzioni trascendenti

**Esercizio 4.3.1.** Determinare il C.E. delle seguenti funzioni reali di variabile reale

1.  $f(x) = \log_{|x-1|-2}(2x^2 - x - 3)$  ( $x < -1$  ma  $x \neq -2$  ;  $x > 3$  ma  $x \neq 4$ )
2.  $f(x) = \log_2 \log_{\frac{1}{4}} x$  ( $0 < x < 1$ )
3.  $f(x) = \log \frac{x^2 - 4|x| + 3}{\sqrt{x}}$  ( $0 < x < 1$  ;  $x > 3$ )
5.  $f(x) = \sqrt{\frac{x^5 + 32}{x^4 + 3x^2}}$  ( $x \geq -2$  ma  $x \neq 0$ )
6.  $f(x) = \sqrt{x^4 - 5x^2 + 4}$  ( $x \leq -2$  ;  $-1 \leq x \leq 1$  ;  $x \leq 2$ )
7.  $f(x) = \sqrt{(1 - 2 \log_2 x) \log_{\frac{1}{2}} 5}$  ( $x \geq \sqrt{2}$ )
8.  $f(x) = \frac{\sqrt{2^x + \frac{4}{2^x} - 4}}{|5^x - 1| \log |x + 1|}$  ( $x \in \mathbb{R} - \{0, -1, -2\}$ )
9.  $f(x) = \sqrt{\log_2(x + 1) - 3}$  ( $x \geq 7$ )
10.  $f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{1 + \cos x}}$  ( $x > 0$  ma  $x \neq \pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}^+$ )
11.  $f(x) = \frac{\ln(1 - \sin^2 x)}{|x e^{\sin x}|}$  ( $x \in \mathbb{R}^* - \{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ )
12.  $f(x) = \frac{\ln(|\sin x + \cos x|)}{3^{2 \sin x} - 4 \cdot 3^{\sin x} + 3}$  ( $x \in \mathbb{R}$  ma  $x \neq -\frac{\pi}{4} + k\pi, k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi$  con  $k \in \mathbb{Z}$ )
13.  $f(x) = \frac{\sqrt[3]{\frac{1}{x^2 + 9} \sqrt{x^2 - 6x + 12}}}{\sqrt{\left| \frac{2x + 1}{3 - x} \right|}}$  ( $x \in \mathbb{R} - \{-\frac{1}{2}, 3\}$ )

**Parte III**

**Contributi**

# Contributi e licenza

Erica Boatto	Algebra I - Algebra II - Insiemi
Beniamino Bortelli	Grafici
Roberto Carrer	Numeri - Funzioni - Coordinatore progetto
Morena De Poli	Laboratorio matematica
Piero Fantuzzi	Algebra I - Algebra II - Insiemi
Caterina Fregonese	Analisi (Integrazione) - Esercizi
Carmen Granzotto	Funzioni - Analisi (Integrazione)
Franca Gressini	Funzioni
Beatrice Hittahler	Funzioni trascendenti - Geometria analitica - Numeri complessi - Analisi
Lucia Perissinotto	Funzioni trascendenti - Geometria analitica - Numeri complessi - Analisi
Pietro Sinico	Geometria I - Geometria II

La presente opera è distribuita secondo le attribuzioni della [Creative Commons](#).

La versione corrente è la 

In particolare chi vuole redistribuire in qualsiasi modo l'opera, deve garantire la presenza della prima di copertina e della intera Parte Contributi composta dai paragrafi: Contributi e licenza.

*Settembre 2009*

---

Dipartimento di Matematica  
ITIS V. Volterra  
San Donà di Piave